

**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ  
ПО КОНКУРСНОЙ ГРУППЕ «ФАКТ КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ И ИНФОРМАТИКА»  
ДЛЯ ПОСТУПАЮЩИХ В АСПИРАНТУРУ**

Вступительное испытание проводится в форме собеседования.

Собеседование состоит из двух частей:

- собеседование по содержанию выпускной квалификационной работы, выполненной поступающим при окончании специалитета или магистратуры – в соответствии с частью I настоящей Программы;
- собеседование по общетеоретическим вопросам выбранной направленности обучения – в соответствии с частью II настоящей Программы.

**ЧАСТЬ I**

**Вопросы по выпускной квалификационной работе поступающего**

(магистратура или специалитет)

1. Основные положения.
2. Новизна.
3. Актуальность.

**Направленность 1.2.2.**

**Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ**

**ЧАСТЬ II**

**1. Математические основы**

- 1.1. Основы теории пределов. Теорема о неявной функции. Формула Тейлора. Основные теоремы интегрального исчисления (замена переменных, метод интегрирования по частям, интегрирование рациональных функций). Числовые ряды (признаки сходимости знакопостоянных и знакопеременных рядов). Функциональные ряды. Степенные ряды. Ряды Фурье (вычисление коэффициентов).
- 1.2. Матрицы и определители  $n$ -го порядка. Координаты вектора в базисе. Преобразование координат векторов при смене базиса пространства. Операции над матрицами. Теорема о ранге матрицы. Общее решение системы линейных уравнений. Однородные системы (пространство решений, фундаментальные системы решений). Собственные векторы и собственные числа матрицы.
- 1.3. Формулы замены координат при переходе от одной декартовой системы координат к другой. Вычисление скалярных произведений, длин отрезков, углов. Кривые и поверхности 1-го и 2-го порядка.
- 1.4. Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения и нормальной системы. Линейное уравнение  $n$ -го порядка. Построение общего решения линейного уравнения. Неоднородные линейные системы. Линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

- 1.5. Основные уравнения математической физики: уравнение теплопроводности, уравнения Лапласа и Пуассона, волновое уравнение. Уравнение переноса излучения в поглощающей, излучающей и рассеивающей среде. Корректная постановка краевых задач.
- 1.6. Решение однородного уравнения теплопроводности на прямой.
- 1.7. Общие представления о некорректно поставленных задачах. Уравнения Фредгольма I-го и II-го рода. Методы регуляризации (А.М. Обухова, А.Н. Тихонова, статистической регуляризации).
- 1.8. Метод Фурье для ограниченных областей.

## 2. Общие вопросы вычислительной математики

- 2.1. Численное решение систем линейных алгебраических уравнений. Обусловленность. Прямые методы решения (варианты метода Гаусса, метод прогонки). Итерационные методы (метод простой итерации, идея Чебышевского ускорения итерационных методов и др.).
- 2.2. Решение систем нелинейных алгебраических уравнений. Методы секущих, метод Ньютона. Теорема о сходимости метода Ньютона. Метод простых итераций, анализ сходимости.
- 2.3. Численное дифференцирование: основные методы аппроксимации 1-х и 2-х производных. Ошибка аппроксимации, ошибка округления. Оптимальный шаг численного дифференцирования. Метод неопределенных коэффициентов.
- 2.4. Численное интегрирование: квадратурные формулы Ньютона-Котеса, квадратурные формулы Гаусса. Оценка ошибки интегрирования. Правило Рунге. Экстраполяция Рундсона.
- 2.5. Методы поиска экстремумов функций многих переменных. Градиентный, покоординатный и случайный спуск.
- 2.6. Численное решение задачи Коши для систем ОДУ. Простейшие разностные схемы и их реализация. Методы Рунге-Кутты, основная конструкция, алгоритм реализации, устойчивость. Теоремы о сходимости. Алгоритм решения, аппроксимация, сходимость.
- 2.7. Краевые задачи для систем ОДУ. Сведение линейной краевой задачи к задачам Коши. Нелинейные краевые задачи для систем ОДУ. Метод «стрельбы», метод Ньютона.

## 3. Методы решения уравнений в частных производных

- 3.1. Численные методы решения уравнений гиперболического типа. Характеристическая форма уравнений. Корректная постановка краевых условий. Схемы для простейшего уравнения переноса: аппроксимация, устойчивость, сходимость, монотонность.
- 3.2. Численные методы решения уравнений параболического типа. Явные и неявные схемы. Метод прогонки. Спектральная устойчивость. Двумерное уравнение теплопроводности. Проблема решения уравнений на верхнем слое. Метод переменных направлений в двумерных и в трехмерных задачах.
- 3.3. Схема «крест» для уравнения Пуассона. Разностная аппроксимация уравнений Пуассона. Метод простых итераций, ошибка, невязка. Спектральный анализ сходимости простых итераций.
- 3.4. Одномерные нелинейные уравнения в частных производных, их разностная аппроксимация и реализация соответствующих схем. Схемы с нелинейностью на верхнем и нижнем слое, их реализация (метод Ньютона и прогонки).

3.5. Спектральный признак устойчивости и практика его применения. Принцип замороженных коэффициентов. Условие устойчивости Куранта-Фридрихса-Леви. Устойчивость по начальным данным и краевым условиям.

#### 4. **Дополнительные вопросы вычислительной математики**

- 4.1. Жесткие системы обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ). Численные методы решения.  $A$  – устойчивые,  $A(\alpha)$  – устойчивые методы, асимптотическая устойчивость.
- 4.2. Явные и неявные методы Рунге-Кутты, основная конструкция, алгоритм реализации, устойчивость. Анализ в пространстве неопределенных коэффициентов. Функция устойчивости методов Рунге-Кутты.
- 4.3. Линейные многошаговые схемы (Адамса). Схемы для продолженных систем (схемы Обрешкова). Аппроксимация, устойчивость, сходимости, анализ в пространстве неопределенных коэффициентов.
- 4.4. Примеры методов решения уравнений гиперболического типа. Гибридные схемы. Инварианты Римана на примере системы уравнений акустики. Сравнение методов в пространстве неопределенных коэффициентов.
- 4.5. Решения уравнений Пуассона конечно-разностными методами. Метод простых итераций, ошибка, невязка. Выбор оптимального итерационного параметра. Метод Чебышевского ускорения, анализ устойчивости, устойчивые перенумерации итерационных параметров. Понятие о вариационных методах решения СЛАУ.
- 4.6. Метод переменных направлений решения уравнения Пуассона. Спектральный анализ сходимости. Выбор оптимального итерационного параметра. Оценка числа итераций. Метод переменных направлений с серией параметров.
- 4.7. Методы поиска экстремумов функций многих переменных. Градиентный, покоординатный и случайный спуск. Представление о методах решения невыпуклых задач.
- 4.8. Постановка некорректных задач. Примеры. Качественное описание подхода к их решению. Роль априорной информации. Примеры – интегральное уравнение 1-го рода, обратная задача теплопроводности.

#### 5. **Параллельные вычисления**

- 5.1. Многопроцессорные и распределенные системы. Издержки и выигрыш при реализации параллельных и векторных вычислений.
- 5.2. Модель передачи сообщений MPI. Модель передачи данных PVM. Две парадигмы параллельного программирования: параллелизм данных и параллелизм задач.
- 5.3. Три части параллельной программы (параллельная, последовательная, обмен данных). Синхронизация процессов, равномерность загрузки процессоров. Обзор программных средств для распараллеливания.
- 5.4. Классы задач, которые можно эффективно векторизовать и распараллеливать. Обработка одномерных и двумерных массивов. Научные задачи. Вычисления в узлах сеток и решеток.

#### 6. **Объектно-ориентированное программирование**

- 6.1. Содержание объектно-ориентированной модели. Понятия абстракции, инкапсуляции, полиморфизма, типизации и их реализация в языках программирования.
- 6.2. Инкапсуляция. Модификация и оптимизация программ при помощи инкапсуляции.
- 6.3. Наследование. Повторное использование кода. Полиморфизм как средство обеспечения расширяемости программ. Понятие интерфейса.

- 6.4. Понятие свойств и событий (properties and events) в объектных технологиях. Агрегация. Сохраняемость объектов (persistence).
- 6.5. Диаграммы классов. Понятия и принципы объектно-ориентированного проектирования.
- 6.6. CASE – средства и их использование для автоматизации проектирования программ.

## **7. Компьютерное моделирование**

- 7.1. Задачи численного моделирования в механике сплошных сред. Области научного и индустриального применения.
- 7.2. Цикл моделирования от постановки задачи до постпроцессинга.
- 7.3. Классификация и структура современных программных комплексов. Критерии оценки возможностей. Проблемно-ориентированное тестирование. Реестр российского программного обеспечения.
- 7.4. Конструкторская и адаптированная геометрическая модель. Геометрический препроцессинг. Типы расчетных сеток. Требования к расчетной сетке с точки зрения обеспечения точности решения.
- 7.5. Расчетная модель. Использование критериев подобия и свойств симметрии. Моделирование стационарных и нестационарных процессов. Типовые классы задач.
- 7.6. Организация расчета на многопроцессорных системах. Масштабируемость.

## **Литература**

### **Математические основы**

- 1. Бесов О.В. Лекции по математическому анализу: в 2 ч.: учеб. пособие. – М.: МФТИ (Ч. 1, 2004 – 328 с, Ч. 2, 2005 – 215 с.).
- 2. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1970 г.
- 3. Ипатов В.М., Пыркова О.А., Седов В.Н. Дифференциальные уравнения. Методы решений. М.: Изд. МФТИ. – 2012. 140 с.
- 4. Уроев В.М. Уравнения математической физики. М.: ИФ "Яуза" 1998 г. – 373 с.
- 5. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. Изд. 12-е, испр. М.: Физматлит, 2009. — 312 с.
- 6. Боровков А.А. Теория вероятностей. М.: Наука, 1984.
- 7. Боровков А.А. Математическая статистика. М.: Наука, 1984.
- 8. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука. 1979 г. – 288 с.

### **Общие вопросы вычислительной математики**

- 1. Петров И.Б., Лобанов А.И. Лекции по вычислительной математике: учеб. пособие. М.: Интернет-Ун-т Информационных Технологий; БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006 – 523 с.
- 2. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. 5-е изд. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007 – 636 с.
- 3. Федоренко Р.П. Введение в вычислительную физику. – М.: Наука, 1994.

### **Методы решения уравнений в частных производных**

- 1. Федоренко Р.П. Введение в вычислительную физику. – М.: Наука, 1994.
- 2. Магомедов К.М., Холодов А.С. Сеточно-характеристические численные методы. – М.: Наука, 1988.

### **Математическое моделирование в прикладных задачах**

1. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры – 2-е изд. – М.: Физматлит, 2002 – 320 с.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Курс теоретической физики, т. 6: Гидродинамика.
3. Чуличков А.И. Математические методы нелинейной динамики. — М.: Физматлит, 2000 — 296 с.
4. Шовенгердт Р.А. Дистанционное зондирование. Модели и методы обработки изображений. М: Техносфера, 2010 – 560 с.

### **Параллельные вычисления**

1. Эндрюс Г.Р. Основы многопоточного, параллельного и распределённого программирования. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2003 – 512 с.

### **Объектно-ориентированное программирование**

1. Буч Г. Объектно-ориентированный анализ и проектирование с примерами приложений на C++, 2-е издание, пер. с англ., М.: Издательство Бином, СПб.: Невский диалект, 1999 г.
2. Вендров А.М. CASE-технологии. Современные методы и средства проектирования информационных систем.

### **Компьютерное моделирование**

1. Механика жидкости и газа [Текст] = учебник для вузов / Л. Г. Лойцянский .— 5-е изд., перераб. — М. : Наука, 1973 .— 736 с.
2. Язык программирования C++ [Текст] / Б. Страуструп ; пер. с англ. С. Анисимова, М. Кононова ; под ред. Ф. Андреева, А. Ушакова .— Спец. изд. с авт. изменениями и доп. — М. : Бином Пресс, 2008 .— 1104 с.
3. Искусство программирования [Текст] : [учеб. пособие для вузов] / Д. Кнут ; пер. с англ. С. Г. Тригуб [и др.] ; под общ. ред. Ю. В. Козаченко .— 3-е изд. — М. : Вильямс, 2000 .— Т. 1 : Основные алгоритмы. - 2000. - 720 с.
4. Информационные системы и вычислительные комплексы [Текст] : учеб. пособие для вузов : доп. М-вом образования СССР / В. Я. Макеев [и др] .— М. : Машиностроение, 1984 .— 191 с.
5. Объектно-ориентированный анализ и проектирование с использованием UML и IBM Rational Rose [Текст] : учеб. пособие для вузов / А. В. Леоненков .— М. : Интернет-Ун-т Информ. Технологий : БИНОМ. Лаб. знаний, 2006 .— 320 с.
6. Приемы объектно-ориентированного проектирования. Паттерны проектирования [Текст] : [учеб. пособие для вузов] / Э. Гамма [и др.] ; [пер. с англ. А. Слинкин] .— СПб. : Питер, 2010 .— 368 с.
7. Вычислительные комплексы, системы и сети [Текст] : учебник для вузов / А. М. Ларионов, С. А. Майоров, Г. И. Новиков .— Л. : Энергоатомиздат, 1987 .— 28 с.